

応用数学I 平成27年度前期 期末試験問題

1. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式を解け. (各9点)

$$(1) y' = (\tan y)(\tan x) \quad (2) (x - y)y' + x + y = 0$$

$$(3) xy' + y = \sin x$$

2. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての全微分方程式

$$2xydx + (y^2 - x^2)dy = 0$$

の積分因子を見つけ, 一般解を求めよ. ただし, 積分因子を $\mu = x^m y^n$ と予想せよ.
(12点)

3. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての2階線形微分方程式を解け. (14点)

$$y'' + 4y' + 5y = 4(\sin x + \cos x)$$

4. 変数 t の関数 $f(t) = e^t$ のラプラス変換を, ラプラス変換の公式を使わず, 定義にしたがって計算せよ. ただし, ラプラス変換の定義は

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

であり, また $s > 1$ としよ. (10点)

5. 像の微分法則を用いて, $f(t) = t \sin t$ のラプラス変換を求めよ. (7点)

6. 変数 t の関数 $f(t)$ についての初期値問題

$$f''(t) - 4f'(t) + 5f(t) = 0, \quad f(0) = 1, \quad f'(0) = 2$$

を, ラプラス変換を用いて解け. (15点)

7. 変数 t の関数 $f(t)$ についての境界値問題

$$6f''(t) + 11f'(t) - 10f(t) = 0, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 1$$

を, ラプラス変換を用いて解け. (15点)