線形代数２　例題・演習問題集　その３

1. $\mathbb{R}^3$ の基底

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

に関する，次に与えるベクトルの成分表示を求めよ．

$$(1) \quad x = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad (2) \quad x = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad (3) \quad x = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. $\mathbb{R}^4$ の基底

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

に関する，次に与えるベクトルの成分表示を求めよ．

$$(1) \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad (2) \quad x = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

3. $\mathbb{R}^3$ の基底

$$u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

から大問１の $\{v_1, v_2, v_3\}$ への基底の変換行列を求め，さらに $x = (3, 0, 2)$ の $\{u_1, u_2, u_3\}$ に関する成分表示を求めよ．

4. $\mathbb{R}^3$ の基底

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

から大問１の $\{v_1, v_2, v_3\}$ への基底の変換行列を求め，さらに $x = (-2, 1, 5)$ の $\{u_1, u_2, u_3\}$ に関する成分表示を求めよ．

5. $\mathbb{R}^3$ の基底

$$u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

から基本ベクトルのなす基底 $\{e_1, e_2, e_3\}$ への基底の変換行列を求め，$x = (2, 3, 5)$ の $\{u_1, u_2, u_3\}$ に関する成分表示を求めよ．

6. 次のベクトルの組から，正規直交基底を作れ．

$$(1) \qquad v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(2) \qquad v_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \qquad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$