

応用数学II 平成26年度後期 期末試験

1. 周期 2π をもち、区間 $(-\pi, \pi]$ において次の式で与えられる関数のフーリエ級数を求めよ。(15点)

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (-\pi < x < 0) \\ 1 & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

2. $(-\ell, \ell]$ において次式で定義された周期 2ℓ の関数のフーリエ級数を求めよ。(15点)

$$f(x) = 3 - 2x$$

3. 次の関数のフーリエ変換を求めよ。(20点)

$$f(x) = \begin{cases} |x| & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

4. 曲線 $C : r(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 2)$ に対して、次の問いに答えよ。(15点)

- (1) $r(0)$ から $r(t)$ までの弧長 $s(t)$ を求め、弧長パラメータ表示せよ。
- (2) 曲線 C の曲率 $\kappa(s)$ を求めよ。
- (3) 曲線 C の捩率 $\tau(s)$ を求めよ。

5. スカラー場

$$f(x, y, z) = \frac{e^x}{1 + y^2 + z^2}$$

の、点 $(0, 1, 1)$ における勾配を求めよ。また、 $e = (\alpha, \beta, \gamma)$ ($|e| = 1$) とするとき、 $\frac{\partial f}{\partial e}(0, 1, 1)$ を最大にする e を求めよ。(15点)

6. ベクトル場 $a(x, y, z) = (x, y, z)$ の流線を求めよ。(10点)

7. 次のベクトル場の発散および回転を求めよ。(10点)

$$a(x, y, z) = (y^2 z, x z^2, x^2 y)$$