

§5. 量子テレポーテーション

公理1. 量子状態 $\alpha \in H$ ($\|\alpha\|=1$) を使って表される.

ただし, $\lambda \in \mathbb{C}, |\lambda|=1$ に対し, $\lambda\alpha$ と α は同一視される.

公理2. 量子状態 α を CONS $\{\varphi_j\}_{j=1}^n$ で観測すると.

値 j が, 確率 $|\langle \varphi_j, \alpha \rangle|^2$ で検出される.

観測後, α は φ_j に変わる.

公理3. α と β を同時に考えるとき, その量子状態は

$\alpha \otimes \beta \in H \otimes H$ で表される.

公理4. $\sum_{i,j} \alpha_{ij} (e_i \otimes f_j)$ を, 右側の H において $\{\varphi_k\}_{k=1}^n$ で観測すると.

値 k が, 確率 $\sum_{i,j} |\alpha_{ij}|^2 |\langle \varphi_k, f_j \rangle|^2 \|e_i\|^2$ で検出される.

観測後, $\sum_i \alpha_{ij} \langle \varphi_k, f_j \rangle \cdot e_i \otimes \varphi_k / (\sum_{i,j} |\alpha_{ij}|^2 |\langle \varphi_k, f_j \rangle|^2)^{\frac{1}{2}}$ に変わる.

この4つの公理をふまえて, 量子テレポーテーションを考える. 以下はイメージ

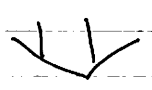
研究室 A

研究室 B

$$\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \quad \otimes \quad \mathbb{C}^2$$

$\alpha \otimes [\gamma : \text{エンタングルメント量子}] : \text{初期状態}$

↑ $\{\varphi_j\}_{j=1}^4 : \text{CONSで観測}$



$$\varphi_\ell \quad \otimes \quad \hat{\alpha}$$

ここで $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2)$ であり.

$$\varphi_1 = \psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_1 - e_2 \otimes e_2)$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1)$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1) \quad \text{とする.}$$

また、 $x = (x_1, x_2) = x_1 e_1 + x_2 e_2$ としておく.

まず、 $x \otimes \psi \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$ を左2つで CONS $\{\varphi_j\}$ を使って観測する.

1が検出される確率は.

$$\begin{aligned} x \otimes \psi &= (x_1 e_1 + x_2 e_2) \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2) \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} x_1 (e_1 \otimes e_1 \otimes e_1 + e_1 \otimes e_2 \otimes e_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} x_2 (e_2 \otimes e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2 \otimes e_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よ) } & \frac{|x_1|^2}{2} (|\langle \varphi_1, e_1 \otimes e_1 \rangle|^2 + |\langle \varphi_1, e_1 \otimes e_2 \rangle|^2) \\ & + \frac{|x_2|^2}{2} (|\langle \varphi_1, e_2 \otimes e_1 \rangle|^2 + |\langle \varphi_1, e_2 \otimes e_2 \rangle|^2) = \frac{1}{4} (|x_1|^2 + |x_2|^2) = \frac{1}{4} \text{ であり.} \end{aligned}$$

観測後には.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}} x_1 \langle \varphi_1, e_1 \otimes e_1 \rangle \varphi_1 \otimes e_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} x_1 \langle \varphi_1, e_1 \otimes e_2 \rangle \varphi_1 \otimes e_2 \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} x_2 \langle \varphi_1, e_2 \otimes e_1 \rangle \varphi_1 \otimes e_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} x_2 \langle \varphi_1, e_2 \otimes e_2 \rangle \varphi_1 \otimes e_2 \quad / \quad \frac{1}{2} \\ & = \varphi_1 \otimes \left(\frac{1}{2} x_1 e_1 + \frac{1}{2} x_2 e_2 \right) / \frac{1}{2} = \varphi_1 \otimes x \quad \text{になる.} \end{aligned}$$

2~4が検出されたときも同様の計算ができる.