応用数学II　平成25年度後期　期末試験

1. 周期 2π をもち，区間 $(-\pi,\pi]$ において次の式で与えられる関数のフーリエ級数を求めよ．(15 点)

$$f(x) = 6x - 4$$

2. 周期 2π の周期関数 $f(x)$ が $(-\pi,\pi]$ において次式で定義されているとき，$f(x)$ の複素形フーリエ級数を求めよ．(15 点)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (-\pi < x < 0) \\ 2 & (0 \leqq x \leqq \pi) \end{cases}$$

3. 次の関数のフーリエ変換を求めよ．(20 点)

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & (|x| \leqq 4) \\ 0 & (|x| > 4) \end{cases}$$

4. 次のベクトルに対し，$a \times b$ と $|\,a\,b\,c\,|$ を求めよ．(10 点)

$$a = (2, 1, -1), \quad b = (3, 5, 1), \quad c = (-1, -2, 3)$$

5. 常ら線 $r(t) = (a\cos t, a\sin t, bt)$ に対して，$r(0)$ から $r(t)$ までの弧長 $s(t)$ を求め，弧長パラメータ表示せよ．また，その曲率を求めよ．ただし，$a, b > 0$ とする．(14 点)

6. スカラー場 $f(x,y,z) = x^2 \sin y \cos z$ の，点 $(\pi, 0, 0)$ における勾配を求めよ．また，$e = (\alpha, \beta, \gamma)$ $(|e| = 1)$ とするとき，$\dfrac{\partial f}{\partial e}(\pi, 0, 0)$ を最大にする e を求めよ．(14 点)

7. 次のベクトル場の発散および回転を求めよ．(12 点)

$$f(x,y,z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, e^{\sin 2z} \right)$$