

応用数学I 平成25年度前期 期末試験問題

1. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式を解け. (各 10 点)

$$(1) (y + 1)y' + x = 1 \quad (2) y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$$

$$(3) xyy' = (y^2 - x^2) \quad (4) (2x + e^y)dx + xe^y dy = 0$$

2. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての 2 階線形微分方程式を解け. (15 点)

$$y'' + y = 3 \cos 2x$$

3. 変数 t の関数 $f(t) = t$ のラプラス変換を, ラプラス変換の公式を使わず, 定義にしたがって計算せよ. ただし, ラプラス変換の定義は

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

であり, また, $s > 0$ としてよい. (15 点)

4. 変数 t の関数 $f = f(t)$ についての初期値問題

$$f''(t) - 4f'(t) + 4f(t) = e^{2t}, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0$$

を, ラプラス変換を用いて解け. (15 点)

5. 変数 t の関数 $f = f(t)$, $g = g(t)$ についての連立微分方程式

$$\begin{cases} f'(t) - 2f(t) + 3g(t) = 0 \\ 2f(t) + g'(t) - g(t) = 0 \end{cases}$$

を初期条件 $f(0) = 8$, $g(0) = 3$ のもとで解け. (15 点)