

## 応用数学 練習問題

1. 次の微分方程式を解きなさい。(各 10 点)

$$(1) y' = xy - x \qquad (2) y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}, y(1) = 1$$
$$(3) (3x + 2y + 1)dx + (2x - y - 4)dy = 0 \qquad (4) xy' + y = \sin x$$
$$(5) y' \sin x = y \cos x \qquad (6) y' + y = x, y(0) = 0$$

2. ベルヌーイの微分方程式  $y' + xy = \frac{x}{y}$  を以下の順序で解きなさい(各 5 点)

- (1)  $z = y^{1-a}$  ( $a$  の値は自分で求めよ) を用いて変数変換を行い, 1 階線形微分方程式を求めよ.
- (2) (1) で得られた微分方程式を解け.
- (3) (2) で得られた解をもとに, ベルヌーイの微分方程式の一般解を求めよ.

3. 全微分方程式  $\sin y dx + \cos y dy = 0$  について,  $e^x$  が積分因子であることを示し, 一般解を求めよ(15 点)

4.  $y' = (x - y)^2$  の一般解を,  $u = x - y$  で変数変換をすることにより求めよ(10 点)

時間が余ってしまった人は以下の問題をノートにやってください.

次の微分方程式を解け.(7 と 8 は講義でやっていない内容です)

$$(1) y^3 + x^6 y' = 0 \qquad (2) (y^2 + e^x \sin y)dx + (2xy + e^x \cos y)$$
$$(3) xy' + 2y = 3x \qquad (4) y' \cos x + 3y \sin x = \sin 2x$$
$$(5) (\cos x + 2xy)dx + x^2 dy = 0 \qquad (6) xy' + y = y^2 \log x$$
$$(7) xy' + y^2 + 1 = 0 \qquad (8) y' = \frac{y - x + 1}{y - x + 5}$$