

## 応用数学I 平成24年度前期 期末試験問題

1. 変数  $x$  の関数  $y = y(x)$  についての微分方程式を解け. (各 10 点)

$$(1) y' = -\frac{x}{y} \qquad (2) y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}, \quad y(1) = 3$$
$$(3) (2x + e^y)dx + xe^y dy = 0 \qquad (4) xy' + 4y = x^{-4}$$

2. 変数  $x$  の関数  $y = y(x)$  について, かつこ内の変数変換を用いて解け. (15 点)

$$xy' = e^{-xy} - y \quad (v = xy)$$

3. 変数  $t$  の関数  $x = x(t)$  についての初期値問題

$$x''(t) - 4x'(t) - 12x(t) = 1, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

を解け. (15 点)

4. 変数  $t$  の関数  $x = x(t)$  についての境界値問題

$$x''(t) + 3x'(t) - 4x(t) = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1$$

を解け. (15 点)

5. 変数  $x$  と  $t$  の 2 変数関数  $y = y(x, t)$  についての偏微分方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} y(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} y(x, t), \quad y(0, t) = e^t, \quad y(x, 0) = e^x$$

を次の順序で解け. (各 5 点)

- (1) 偏微分方程式全体と  $y(0, t) = e^t$  を  $t$  でラプラス変換せよ. ただし,  $L_t(y(x, t)) = Y(x, s)$  とする.
- (2) (1) で求めた方程式を  $x$  でラプラス変換せよ. ただし,  $L_x(Y(x, s)) = Y^*(\xi, s)$  とする.
- (3) ラプラス逆変換を用いて偏微分方程式の解を求めよ.