

確率・統計 演習問題・総まとめ

注意： 確率・統計のテストでは、電卓が持ち込み可能です。

- サイコロ投げの全事象を $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする。事象 A, B, C をそれぞれ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{1, 2\}$ とするとき、 $A \cup B, A^c, B \cap C, B^c \cap C^c$ をそれぞれ求めよ。
- 52枚のトランプから1枚引く。事象 A をスペードを引く、事象 B を絵札 (J, Q, K) を引くとするとき、 $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$ をそれぞれ求めよ。
- 白玉5個、赤玉10個入った壺から、 X さんと Y さんが順に1個ずつ取る。事象 A を X さんが白玉を取る、事象 B を Y さんが白玉を取るとするとき、 $P(B|A), P(B|A^c), P(B^c|A), P(B^c|A^c)$ をそれぞれ求めよ。
- トランプから X さんと Y さんが1枚ずつ引く。事象 A を X さんがハートを引く、事象 B を Y さんがスペードを引く、事象 C を X さんがKを引く、事象 D を Y さんがJを引くとするとき、この中で互いに独立な事象の組を全て挙げよ。
- 両面が赤のカード、両面が白のカード、片面が赤でもう片面が白のカードの3枚のカードが袋に入っている。この袋から1枚取り出して、見えている面が赤であるとき、その裏面が白である確率を求めよ。
- X, Y, Z の3人がクッキーを持ち寄った。割合はそれぞれ35%, 40%, 25%であった。そのうちそれぞれ8%, 5%, 3%が割れていた。さて、その中の1つを取り出したとき、それが割れたクッキーであった。このクッキーを X が作った確率はいくらか。
- ある製品を、 X, Y, Z の3社から、それぞれ40%, 30%, 30%の割合で納入させていたが、不良率はそれぞれ2%, 4%, 5%であった。いま製品の1つを取り出したとき、不良品であったとすると、それが X 社の製品である確率を求めよ。

8. X の確率分布が

$$\begin{array}{c} X \quad -1 \quad 0 \quad 1 \\ \hline \text{確率} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3}{5} \quad p \end{array}$$

で与えられているとき、 p および $P(X^2 = 1)$ をそれぞれ求め、分布関数 $F(x)$ をグラフに書け。

9. 確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} ax(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、次の問いに答えよ。

- a の値を求めよ。
- $P(\frac{1}{4} \leq X < \frac{1}{2})$ を求めよ。
- 分布関数 $F(x)$ を求めよ。

10. 確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ c & 1 \leq x < 5 \\ 0 & 5 \leq x \end{cases}$$

で与えられているとき、次の問いに答えよ.

- (1) c の値を求めよ.
 - (2) $P(\frac{1}{2} \leq X < 4)$ を求めよ.
 - (3) 分布関数 $F(x)$ を求めよ.
11. サイコロを振って、出た目を X とするとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ.
12. トランプを 1 枚引いたときに出る数字を X とするとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ.
13. 確率変数 X の密度関数が

$$p(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、 X の期待値、分散、標準偏差を求めよ.

14. 確率変数 X, Y の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} (1-x)(2-y) & 0 \leq x < 1, 0 \leq y < 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、周辺確率密度関数 $p_1(x), p_2(y)$ を求め、 X と Y が独立であることを示せ.

15. 5 個のさいころを投げ、出た目の平均を \bar{X} とするとき、 $E(\bar{X})$ と $V(\bar{Y})$ を求めよ.
16. X_n をサイコロを n 個投げたときの平均値とするとき、 $V(X_n)$ が $\frac{1}{2}$ 以下になるためには、 n がいくつ以上であればよいか.
17. Z が標準正規分布に従うとき、次の値を求めよ.
- (1) $P(0 < Z < 0.86)$
 - (2) $P(-1.05 \leq Z < 1.29)$
 - (3) $P(Z < 1)$
 - (4) $P(0 < Z \leq z) = 0.253$ を満たす z
 - (5) $P(z < Z < 0) = 0.382$ を満たす z
18. X が $N(2, 16)$ に従うとき、 $P(0 < X < 2), P(X \leq c) = 0.329$ を満たす c をそれぞれ求めよ.
19. コイン投げをして表が出たら 1, 裏が出たら 0 とする. これを 100 回繰り返したときの平均値が 0.4 以上 0.6 以下の確率を求めよ.

20. 10%の確率で当たるくじを60本引くとき、10本以上あたりがでる確率はいくらか。
21. コイントスを100回行うとき、60回以上表の確率を求めよ。
22. 教科書P55問1を解け。(この問題には解答を付けません。)
23. 20歳男子の平均身長を μ 、分散を25とする。標本として n 人を取り、その平均身長 \bar{X} を考えると、 μ が $\bar{X}-1$ から $\bar{X}+1$ の間に入る確率が99%以上になるためには、 n がいくつ以上であればよいか。ただし、 \bar{X} は $N(\mu, \frac{25}{n})$ に従うとしてよい。
24. 上の問題で確率が95%以上になるためには、 n がいくつ以上であればよいか。
25. 20歳男子の平均身長を μ 、分散を25とする。標本のサイズが50であるとき、その平均値が169.8であった。平均身長の99%信頼区間を求めよ。
26. 上の問題で標本のサイズが100であるとき、その平均値が170.1であった。平均身長の95%信頼区間を求めよ。
27. 信大生100人がW杯初戦をテレビで見たか調査したところ、37人が見ていたことが分かった。この中継の視聴率 p の95%信頼区間を求めよ。
28. 上の問題で、1万人中3600人が見ていたとき、 p の99%信頼区間を求めよ。
29. 250g入りの缶詰10本の内容量を調べたら、平均値は248.2gであった。メーカーの主張は平均250g、標準偏差3.2gの正規分布である。この表示は正当であるといえるか有意水準5%で左側検定せよ。
30. ある糸の強さは、平均値12.6g、標準偏差1.8kgであった。この糸を作る工程を改良し、20本の試作した糸を調べたところ、平均の強さが13.2gであった。工程の改良は糸の強さに効果があったといえるか、有意水準5%で右側検定せよ。ただし、工程を変えても糸の強さの標準偏差は変わらないものとする。
31. ある都市で14歳女子200人の体重を調べたところ、平均値48.2kg、標準偏差6.91kgであった。同年齢の女子の全国平均は49.4kgであるという。この都市の14歳女子の平均体重は全国平均を下回るといいか、有意水準5%で検定せよ。ただし、ある都市の14歳女子の体重の標準偏差として6.91kgを使ってよいものとする。
32. サイコロを120回投げたら、1の目が28回出た。これが異常なことか有意水準5%で右側検定せよ。
33. コイントスを100回し、表が60回出た。これが異常なことか有意水準5%で右側検定せよ。