

応用解析学特論 レポート問題

1. 以下の4つの行列 A, B, C, D が 2×2 行列全体 $M_2(\mathbb{C})$ の基底であることを示せ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. \mathbb{R}^2 に適当な距離を1つ定義し, それが距離の定義を満たすことを示せ.
3. ℓ^2 が完備であることを示せ.
4. $[0, 2\pi]$ 上の連続関数全体 $C[0, 2\pi]$ において, 内積を

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^{2\pi} \overline{f(x)}g(x)dx$$

によって定義するとき, これが内積の定義を満たすことを示せ.

5. $\{e_n\}_{n=1}^N, \{f_m\}_{m=1}^M$ がそれぞれヒルベルト空間 H_1, H_2 の ONS であるとき, $\{e_n \otimes f_m\}_{n=1, m=1}^{N, M}$ が $H_1 \otimes H_2$ の ONS であることを示せ.

レポートの提出期限は1月31日(火)とする. 提出は, 工学基礎教育部門棟の大野の部屋の前にあるレポート提出用の箱に入れるか, 授業のときに直接手渡すこと.