

応用数学I 平成23年度前期 期末試験問題

1. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式を解け。(各 10 点)

$$(1) y' = -\frac{x}{y} \qquad (2) xy' = -x \tan \frac{y}{x} + y$$
$$(3) (\sin x + 4xy)dx + 2x^2dy = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \qquad (4) xy' + 4y = x^{-4}$$

2. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についてのベルヌーイの微分方程式

$$y' + 2y = 2xy^{\frac{3}{2}}$$

を解け(15点)

3. 次の問いに答えよ(各5点)

(1) ガンマ関数

$$\Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{s-1} dt \quad (s > 0)$$

について, $\Gamma(1) = 1$ を示せ.

(2) 1以上の整数 n に対し, $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$ を示せ.

(3) $f(t) = t^n$ のラプラス変換を, ラプラス変換表を用いずに求めよ.

4. 変数 t の関数 $x = x(t)$ についての初期値問題

$$x''(t) - 6x'(t) + 9x(t) = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -1$$

を解け(15点)

5. 変数 t の関数 $x = x(t)$, $y = y(t)$ についての連立微分方程式

$$\begin{cases} x'(t) - 2x(t) + 3y(t) = 0 \\ 2x(t) + y'(t) - y(t) = 0 \end{cases}$$

を初期条件 $x(0) = 8$, $y(0) = 3$ のもとで解け(15点)