

確率・統計 演習問題・総まとめ

注意： 確率・統計のテストでは，電卓が持ち込み可能です．

- サイコロ投げの全事象を $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする．事象 A, B, C をそれぞれ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{1, 2\}$ とするとき， $A \cup B, A^c, B \cap C, B^c \cap C^c$ をそれぞれ求めよ．
- 52枚のトランプから1枚引く．事象 A をスペードを引く，事象 B を絵札 (J, Q, K) を引くとするととき， $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$ をそれぞれ求めよ．
- 白玉5個，赤玉10個入った壺から， X さんと Y さんが順に1個ずつ取る．事象 A を X さんが白玉を取る，事象 B を Y さんが白玉を取るとするとき， $P(B|A), P(B|A^c), P(B^c|A), P(B^c|A^c)$ をそれぞれ求めよ．
- トランプから X さんと Y さんが1枚ずつ引く．事象 A を X さんがハートを引く，事象 B を Y さんがスペードを引く，事象 C を X さんがKを引く，事象 D を Y さんがJを引くとするとき，この中で互いに独立な事象の組を全て挙げよ．
- 両面が赤のカード，両面が白のカード，片面が赤でもう片面が白のカードの3枚のカードが袋に入っている．この袋から1枚取り出して，見えている面が赤であるとき，その裏面が白である確率を求めよ．
- X, Y, Z の3人がクッキーを持ち寄った．割合はそれぞれ35%，40%，25%であった．そのうちそれぞれ8%，5%，3%が割れていた．さて，その中の1つを取り出したとき，それが割れたクッキーであった．このクッキーを X が作った確率はいくらか．
- ある製品を， X, Y, Z の3社から，それぞれ40%，30%，30%の割合で納入させていたが，不良率はそれぞれ2%，4%，5%であった．いま製品の1つを取り出したとき，不良品であったとすると，それが X 社の製品である確率を求めよ．

8. X の確率分布が

$$\begin{array}{c} X \quad -1 \quad 0 \quad 1 \\ \hline \text{確率} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3}{5} \quad p \end{array}$$

で与えられているとき， p および $P(X^2 = 1)$ をそれぞれ求め，分布関数 $F(x)$ をグラフに書け．

9. 確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} ax(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき，次の問いに答えよ．

- a の値を求めよ．
- $P(\frac{1}{4} \leq X < \frac{1}{2})$ を求めよ．
- 分布関数 $F(x)$ を求めよ．

10. 確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ c & 1 \leq x < 5 \\ 0 & 5 \leq x \end{cases}$$

で与えられているとき，次の問いに答えよ．

- (1) c の値を求めよ．
 - (2) $P(\frac{1}{2} \leq X < 4)$ を求めよ．
 - (3) 分布関数 $F(x)$ を求めよ．
11. サイコロを振って，出た目を X とするとき，その期待値，分散，標準偏差を求めよ．
12. トランプを 1 枚引いたときに出る数字を X とするとき，その期待値，分散，標準偏差を求めよ．
13. 確率変数 X の密度関数が

$$p(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき， X の期待値，分散，標準偏差を求めよ．

14. 確率変数 X, Y の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} (1-x)(2-y) & 0 \leq x < 1, 0 \leq y < 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき，周辺確率密度関数 $p_1(x), p_2(y)$ を求め， X と Y が独立であることを示せ．

15. 5 個のさいころを投げ，出た目の平均を \bar{X} とするとき， $E(\bar{X})$ と $V(\bar{X})$ を求めよ．
16. X_n をサイコロを n 個投げたときの平均値とするとき， $V(X_n)$ が $\frac{1}{2}$ 以下になるためには， n がいくつ以上であればよいか．
17. Z が標準正規分布に従うとき，次の値を求めよ．
- (1) $P(0 < Z < 0.86)$
 - (2) $P(-1.05 \leq Z < 1.29)$
 - (3) $P(Z < 1)$
 - (4) $P(0 < Z \leq z) = 0.253$ を満たす z
 - (5) $P(z < Z < 0) = 0.382$ を満たす z
18. X が $N(2, 16)$ に従うとき， $P(0 < X < 2)$, $P(X \leq c) = 0.329$ を満たす c をそれぞれ求めよ．
19. コイン投げをして表が出たら 1，裏が出たら 0 とする．これを 100 回繰り返したときの平均値が 0.4 以上 0.6 以下の確率を求めよ．

20. 10 %の確率で当たるくじを 60 本引くとき , 10 本以上あたりがでる確率はいくらか .
21. コイントスを 100 回行うとき , 60 回以上表の確率を求めよ .
22. 教科書 P55 問 1 を解け (この問題には解答を付けません .)
23. 20 歳男子の平均身長を μ , 分散を 25 とする . 標本として n 人を取り , その平均身長 \bar{X} を考えるとき , μ が $\bar{X} - 1$ から $\bar{X} + 1$ の間に入る確率が 99 % 以上になるためには , n がいくつ以上であればよいか . ただし , \bar{X} は $N(\mu, \frac{25}{n})$ に従うとしてよい .
24. 上の問題で確率が 95 % 以上になるためには , n がいくつ以上であればよいか .
25. 20 歳男子の平均身長を μ , 分散を 25 とする . 標本のサイズが 50 であるとき , その平均値が 169.8 であった . 平均身長の 99 % 信頼区間を求めよ .
26. 上の問題で標本のサイズが 100 であるとき , その平均値が 170.1 であった . 平均身長の 95 % 信頼区間を求めよ .
27. 信大生 100 人が W 杯初戦をテレビで見たか調査したところ , 37 人が見ていたことが分かった . この中継の視聴率 p の 95 % 信頼区間を求めよ .
28. 上の問題で , 1 万人中 3600 人が見ていたとき , p の 99 % 信頼区間を求めよ .
29. 250g 入りの缶詰 10 本の内容量を調べたら , 平均値は 248.2g であった . メーカーの主張は平均 250g , 標準偏差 3.2g の正規分布である . この表示は正当であるといえるか有意水準 5 % で左側検定せよ .
30. ある糸の強さは , 平均値 12.6g , 標準偏差 1.8kg であった . この糸を作る工程を改良し , 20 本の試作した糸を調べたところ , 平均の強さが 13.2g であった . 工程の改良は糸の強さに効果があったといえるか , 有意水準 5 % で右側検定せよ . ただし , 工程を変えても糸の強さの標準偏差は変わらないものとする .
31. ある都市で 14 歳女子 200 人の体重を調べたところ , 平均値 48.2kg , 標準偏差 6.91kg であった . 同年齢の女子の全国平均は 49.4kg であるという . この都市の 14 歳女子の平均体重は全国平均を下回るといいか , 有意水準 5 % で検定せよ . ただし , ある都市の 14 歳女子の体重の標準偏差として 6.91kg を使ってよいものとする .