応用数学　　平成22年度後期　期末試験

1. 周期 2π をもち，区間 $(-\pi, \pi]$ において次の式で与えられる関数のフーリエ級数を求めよ．(15点)

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (-\pi < x \leqq 0) \\ 1 & (0 < x \leqq \pi) \end{cases}$$

2. 次の関数のフーリエ変換を求めよ．ただし，a は正の定数とする．(15点)

$$f(x) = e^{-a|x|}$$

3. 絶対積分可能な 2 つの連続関数 $f(x)$，$g(x)$ に対して，それぞれのフーリエ変換を $F(\tau)$，$G(\tau)$ とするとき，合成積

$$h(x) = f * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)dt$$

のフーリエ変換 $H(\tau)$ が $\sqrt{2\pi}F(\tau)G(\tau)$ になることを証明せよ．ただし，$h(x)$ も絶対積分可能であるとし，また積分の交換はいつでもしてよいものとする．(5点)

4. 次の関数のフーリエ正弦変換を求めよ．ただし $a > 0$ とする．(15点)

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x}{a} & (0 \leqq x \leqq a) \\ 0 & (x > a) \end{cases}$$

5. 次のベクトルの外積を求めよ．(10点)

$$a = (4, 2, -1), \quad b = (-9, -6, 2)$$

6. 曲線 $r(t) = (1 - \sin t, 1 - \cos t, t)$ の単位接線ベクトル $\boldsymbol{t}$，曲率 κ，捩率 τ をそれぞれ弧長媒介変数 s を用いて表せ．(25点)

7. スカラー場 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ の等位面 $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 上の点 $P(1, 2, 3)$ において，この等位面と垂直な単位ベクトル n を一つ求めよ．(15点)