

応用数学A 平成21年度前期 期末試験問題

1. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式を解きなさい. (各 10 点)

(1) $y' = -\frac{x}{y}, y(1) = 0$

(2) $y' = \frac{y^2 + 3x^2}{xy}$

(3) $(3x + 2y + 1)dx + (2x - y - 4)dy = 0$

(4) $y' \cos x + y \sin x = \cos^2 x$

2. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式 $xy' = x^4 + 2y - y^2$ を次の順序で解け. ただし, $y = -x^2$ が解であることを利用せよ. (20 点)

(1) $z = y + x^2$ とおいて変数変換を行い, ベルヌーイの微分方程式を導け.

(2) (1) で得られた微分方程式に, $w = \frac{1}{z}$ とおいて変数変換を行い, 1 階線形微分方程式を導け.

(3) (2) で得られた微分方程式を解け.

(4) 一般解を求めよ.

3. 次の関数 $F(s)$ のラプラス逆変換を合成法則を用いて求めなさい. (10 点)

$$F(s) = \frac{1}{s^2(s^2 + 1)}$$

4. 変数 t の関数 $x = x(t)$ についての初期値問題

$$x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = 1, \quad x(0) = x'(0) = 0$$

を解きなさい. (15 点)

5. 変数 t の関数 $x = x(t)$ についての境界値問題

$$x''(t) - 6x'(t) + 10x(t) = 0, \quad x(0) = 0, \quad x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

を解きなさい. (15 点)