

5月29日 練習問題

① 次の微分方程式を解きなさい。(各10点)

(1) $y' = xy - x$

(2) $y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}, y(1) = 1$

(3) $(3x + 2y + 1)dx + (2x - y - 4)dy = 0$

(4) $xy' + y = \sin x$

(5) $y' \sin x = y \cos x$

(6) $y' + y = x, y(0) = 0$

② ベルヌーイの微分方程式 $y' + xy = \frac{x}{y}$ を以下の順序で解きなさい。(各5点)

(1) $z = y^{1-a}$ (a の値は自分で求めよ) を用いて変数変換を行い、1階線形微分方程式を求めよ。

(2) (1) で得られた微分方程式を解け。

(3) (2) で得られた解をもとに、ベルヌーイの微分方程式の一般解を求めよ。

③ 全微分方程式 $\sin y dx + \cos y dy = 0$ について、 e^x が積分因子であることを示し、一般解を求めよ。(15点)

④ $y' = (x - y)^2$ の一般解を、 $u = x - y$ で変数変換をすることにより求めよ。(10点)

時間が余ってしまった人は以下の問題をノートにやってください。

次の微分方程式を解け。

(1) $y^3 + x^6 y' = 0$

(2) $xy' + y^2 + 1 = 0$

(3) $xy' + 2y = 3x$

(4) $y' = \frac{y - x + 1}{y - x + 5}$

(5) $(\cos x + 2xy)dx + x^2 dy = 0$

(6) $(y^2 + e^x \sin y)dx + (2xy + e^x \cos y)dy = 0$

(7) $y' \cos x + 3y \sin x = \sin 2x$

(8) $xy' + y = y^2 \log x$