

線形代数学 平成21年度前期 期末試験問題

1. 次のベクトルが1次独立であるかどうか判定せよ。(10点)

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2. 次のベクトルが \mathbb{R}^3 の基底であることを示せ。(15点)

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. \mathbb{R}^4 の部分空間 W_1, W_2 を

$$W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 : \begin{array}{l} x + y + z + w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{array} \right\},$$

$$W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 : \begin{array}{l} x = y \\ 2x + y + z + 2w = 0 \end{array} \right\}$$

とすると、 $W_1, W_2, W_1 \cap W_2, W_1 + W_2$ の次元をそれぞれ求めよ。(20点)

4. \mathbb{R}^3 の二つの基底 $\{v_1, v_2, v_3\}$ と $\{u_1, u_2, u_3\}$ を

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

で与えるとき、 $\{v_1, v_2, v_3\}$ から $\{u_1, u_2, u_3\}$ への基底の変換行列を求めよ。(20点)

5. 次の行列が対角化可能か判定し、可能であれば対角化せよ。(35点)

$$(1) A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad (2) B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$