

確率・統計 演習問題・総まとめ

注意： 確率・統計のテストでは，電卓が持ち込み可能です．

- サイコロ投げの全事象を $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする．事象 A, B, C をそれぞれ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{1, 2\}$ とするとき， $A \cup B, A^c, B \cap C, B^c \cap C^c$ をそれぞれ求めよ．
- 52枚のトランプから1枚引く．事象 A をスペードを引く，事象 B を絵札(10, J, Q, K, A)を引くとするとき， $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$ をそれぞれ求めよ．
- 白玉5個，赤玉10個入った壺から， X さんと Y さんが順に1個ずつ取る．事象 A を X さんが白玉を取る，事象 B を Y さんが白玉を取るとするとき， $P(B|A), P(B|A^c), P(B^c|A), P(B^c|A^c)$ をそれぞれ求めよ．
- トランプから X さんと Y さんが1枚ずつ引く．事象 A を X さんがハートを引く，事象 B を Y さんがスペードを引く，事象 C を X さんがKを引く，事象 D を Y さんがJを引くとするとき，この中で互いに独立な事象の組を全て挙げよ．
- 両面が赤のカード，両面が白のカード，片面が赤でもう片面が白のカードの3枚のカードが袋に入っている．この袋から1枚取り出して，見えている面が赤であるとき，その裏面が白である確率を求めよ．
- X, Y, Z の3人がクッキーを持ち寄った．割合はそれぞれ35%，40%，25%であった．そのうちそれぞれ8%，5%，3%が割れていた．さて，その中の1つを取り出したとき，それが割れたクッキーであった．このクッキーを X が作った確率はいくらか．
- ある製品を， X, Y, Z の3社から，それぞれ40%，30%，30%の割合で納入させていたが，不良率はそれぞれ2%，4%，5%であった．いま製品の1つを取り出したとき，不良品であったとすると，それが X 社の製品である確率を求めよ．

8. X の確率分布が

X	-1	0	1
確率	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	p

で与えられているとき， p および $P(X^2 = 1)$ をそれぞれ求め，分布関数 $F(x)$ をグラフに書け．

9. 確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} ax(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき，次の問いに答えよ．

- (1) a の値を求めよ．
- (2) $P(\frac{1}{4} \leq X < \frac{1}{2})$ を求めよ．
- (3) 分布関数 $F(x)$ を求めよ．

10. 確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ c & 1 \leq x < 5 \\ 0 & 5 \leq x \end{cases}$$

で与えられているとき，次の問いに答えよ．

- (1) c の値を求めよ．
- (2) $P(\frac{1}{2} \leq X < 4)$ を求めよ．
- (3) 分布関数 $F(x)$ を求めよ．

11. サイコロを振って，出た目を X とするとき，その期待値，分散，標準偏差を求めよ．

12. トランプを 1 枚引いたときに出る数字を X とするとき，その期待値，分散，標準偏差を求めよ．

13. 確率変数 X の密度関数が

$$p(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき， X の期待値，分散，標準偏差を求めよ．

14. 確率変数 X, Y の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} (1-x)(2-y) & 0 \leq x < 1, 0 \leq y < 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき，周辺確率密度関数 $p_1(x), p_2(y)$ を求め， X と Y が独立であることを示せ（講義ノートの解答は間違っているので注意，講義中にした訂正を参照のこと）

15. 10 個のさいころを投げ，出た目の平均を \bar{X} とするとき， $E(\bar{X})$ と $V(\bar{X})$ を求めよ．

16. X_n をサイコロを n 個投げたときの平均値とすると、 $V(X_n)$ が $\frac{1}{2}$ 以下になるためには、 n がいくつ以上であればよいか。
17. Z が標準正規分布に従うとき、次の値を求めよ。
- (1) $P(0 < Z < 0.86)$
 - (2) $P(-1.05 \leq Z < 1.29)$
 - (3) $P(Z < 1)$
 - (4) $P(0 < Z \leq z) = 0.253$ を満たす z
 - (5) $P(z < Z < 0) = 0.382$ を満たす z
18. X が $N(2, 16)$ に従うとき、 $P(0 < X < 2)$, $P(X \leq c) = 0.329$ を満たす c をそれぞれ求めよ。
19. コイン投げをして表が出たら 1、裏が出たら 0 とする。これを 100 回繰り返したときの平均値が 0.4 以上 0.6 以下の確率を求めよ。
20. 10 % の確率で当たるくじを 60 本引くとき、10 本以上あたりがでる確率はいくらか。
21. コイントスを 100 回行うとき、60 回以上表の確率を求めよ。
22. 20 歳男子の平均身長を μ 、分散を 25 とする。標本として n 人を取り、その平均身長 \bar{X} を考えるとき、 μ が $\bar{X} - 1$ から $\bar{X} + 1$ の間に入る確率が 99 % 以上になるためには、 n がいくつ以上であればよいか。ただし、 \bar{X} は $N(\mu, \frac{25}{n})$ に従うとしてよい。
23. 上の問題で確率が 95 % 以上になるためには、 n がいくつ以上であればよいか。
24. 20 歳男子の平均身長を μ 、分散を 25 とする。標本のサイズが 50 であるとき、その平均値が 169.8 であった。平均身長の 99 % 信頼区間を求めよ。
25. 上の問題で標本のサイズが 100 であるとき、その平均値が 170.1 であった。平均身長の 95 % 信頼区間を求めよ。
26. 信大生 100 人が W 杯初戦をテレビで見たか調査したところ、37 人が見ていたことが分かった。この中継の視聴率 p の 95 % 信頼区間を求めよ。
27. 上の問題で、1 万人中 3600 人が見ていたとき、 p の 99 % 信頼区間を求めよ。