No.

確率・統計 期末試験 解答

1 (a) $P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

$P(A|B)$ は Yさんがクラブをひいているので

$P(A|B)=\frac{13}{51}$ となる

$\therefore P(A)\neq P(A|B)$ より AとBは独立でない.

(b) $P(C)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

$P(C|D)$ は Yさんがひいたカードがキングであるかどうかで場合分けをすると.

$$P(C|D)=\frac{1}{13}\cdot\frac{3}{51}+\frac{12}{13}\cdot\frac{4}{51}=\frac{1}{13}$$

$\therefore P(C)=P(C|D)$ より. CとDは独立である.

2. ベイズの定理より. 不良品がX社の製品である確率 p は

$$p=\frac{0.4\times0.02}{0.4\times0.02+0.3\times0.04+0.3\times0.05}=\frac{8}{35}$$ である.

3. (1) $\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\,dx=1$ より. この左辺を計算すると.

$$\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\cdot dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{1}{9}\cos x\cdot dx+\int_{0}^{a}x+1\,dx$$

$$=\frac{1}{9}\left[\sin x\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}+\left[\frac{1}{2}x^2+x\right]_0^a$$

$$=\frac{1}{9}+\frac{1}{2}a^2+a$$ となる.

$\therefore$ 方程式 $\frac{1}{9}+\frac{1}{2}a^2+a=1$ を解けば.

$a=\frac{2}{3},\ -\frac{8}{3}$ となるが $a>0$ より

$a=\frac{2}{3}$ である.

(2) $P(-\frac{\pi}{4} \leqq X < \frac{1}{2})$

$= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{1}{2}} p(x)\,dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \frac{1}{9}\cos x\,dx + \int_{0}^{\frac{1}{2}} x+1\,dx$

$= \frac{1}{9}[\sin x]_{-\frac{\pi}{4}}^{0} + [\frac{1}{2}x^2+x]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{9\sqrt{2}} + \frac{5}{8}$ である

(3) $F(x)$ は　$x \leqq -\frac{\pi}{2}$ のとき　$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x)\,dx = 0$

$-\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq 0$ のとき.　$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x)\,dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{x} \frac{1}{9}\cos x\,dx$

$= \frac{1}{9}[\sin x]_{-\frac{\pi}{2}}^{x} = \frac{1}{9}(\sin x + 1)$

$0 \leqq x \leqq \frac{2}{3}$ のとき.

$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x)\,dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{1}{9}\cos x\,dx + \int_{0}^{x} x+1\,dx$

$= \frac{1}{9} + \frac{1}{2}x^2 + x$

$\frac{2}{3} \leqq x$ のとき

$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x)\,dx = 1$　である.

4. 白玉 0個 の確率は　$\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8} = \frac{7}{15}$

白玉 1個 の確率は　$\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{2}{8}\,{}_3C_1 = \frac{7}{15}$

白玉 2個 の確率は　$\frac{8}{10}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8}\,{}_3C_1 = \frac{1}{15}$　である.

$\therefore E(X) = \frac{7}{15}\times 0 + \frac{7}{15}\times 1 + \frac{1}{15}\times 2 = \frac{3}{5}$

$V(X) = \frac{7}{15}\times 0^2 + \frac{7}{15}\times 1^2 + \frac{1}{15}\times 2^2 - (\frac{3}{5})^2 = \frac{28}{75}$　である.

No.

5. Xを表が出る回数とすると．Xは $B(100, \frac{1}{2})$ に従う．これより．

Xはほぼ．正規分布 $N(50, 25)$ に従うとしてよい．よって．

$P(60 \leqq X)_{B(100,\frac{1}{2})} = P(59.5 \leqq X)_{N(50,.25)}$ となる

ここで $Z = \frac{X-50}{5}$ とおけば，Zは $N(0,1)$ に従う．よって．

$P(60 \leqq X)_{B(100,\frac{1}{2})} = P\left(\frac{59.5-50}{5} \leqq Z\right) = P(1.9 \leqq Z)$

$= \frac{1}{2} - P(0 \leqq Z \leqq 1.9) = 0.5 - 4.713 = 0.0287$ である

6. 標本平均を$\overline{X}$とおくと．$\overline{X}$は $N(\mu, \frac{1}{5})$ に従う．これより

$P(\overline{X} - \delta \leqq \mu \leqq \overline{X} + \delta) = 0.98$ となるようなδ．すなわち

$P(\mu - \delta \leqq \overline{X} \leqq \mu + \delta) = 0.98$ となるδを求めればよい．

ここで $Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \sqrt{5}(\overline{X}-\mu)$ とおくと．Zは $N(0,1)$ に従う．

$\therefore P(-\sqrt{5}\delta \leqq Z \leqq \sqrt{5}\delta) = 0.98$．

$P(0 \leqq Z \leqq \sqrt{5}\delta) = 0.49$ となるδを求めればよい

$\therefore \sqrt{5}\delta = 2.3263$ より $\delta \fallingdotseq 1.0$ とできる

$\therefore$ 98%信頼区間は $168.8 < \mu < 170.8$ である．