

§2の補足.

補題A.1. P : 正則とすると. (m, n) 行列 A に対し.

$$\dim \text{Im } A = \dim \text{Im } PA.$$

☺ (\leq) を示す.

v_1, \dots, v_n を $\text{Im } A$ の基底とすると.

よって $Pv_1, \dots, Pv_n \in \text{Im } PA$ が 1次独立を示す.

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i Pv_i = 0 \text{ とすると.}$$

$$0 = P^{-1}0 = P^{-1}(\sum \alpha_i Pv_i) = \sum \alpha_i v_i$$

$$\therefore \alpha_i = 0 \ (\forall i). \quad \therefore \dim \text{Im } A \leq \dim \text{Im } PA.$$

逆も同様に示せて $\dim \text{Im } A = \dim \text{Im } PA$. //

注 行列 A の基本変形は 正則行列 P を使って.

PA で表せることに注意.

