

4

(1) $r(t) = (2\cos t, 2\sin t)$ を微分すると

$$\dot{r}(t) = (-2\sin t, 2\cos t)$$

$$\therefore |\dot{r}(t)| = \sqrt{4\sin^2 t + 4\cos^2 t} = 2$$

よって、 $r(0)$ から $r(t)$ までの弧長 S は

$$S = \int_0^t |\dot{r}(\tau)| d\tau = 2t$$

$$\therefore t = \frac{S}{2}$$

$$\therefore r(S) = \left(2\cos \frac{S}{2}, 2\sin \frac{S}{2} \right)$$

(2) $r(t) = (t, 1+2t)$ を微分すると

$$\dot{r}(t) = (1, 2)$$

$$\therefore |\dot{r}(t)| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

よって、 $r(0)$ から $r(t)$ までの弧長 S は

$$S = \int_0^t |\dot{r}(\tau)| d\tau = \sqrt{5}t$$

$$\therefore t = \frac{S}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore r(S) = \left(\frac{S}{\sqrt{5}}, 1 + \frac{2}{\sqrt{5}}S \right)$$