

## 問題 14.2

□ 推測特殊解  $y_0$  の形

(1)  $y_0 = A_0 x^2 + A_1 x + A_2$  (2)  $y_0 = A \sin x + B \cos x$  (3)  $y_0 = A e^x$  (4)  $y_0 = A \sin x + B \cos x$

(5)  $y_0 = (A_0 x + A_1) e^{-x}$  (6)  $y_0 = (A_0 x^2 + A_1 x + A_2) e^{2x}$  (7)  $y_0 = A e^{2x} \sin 3x + B e^{2x} \cos 3x$

(8)  $y_0 = A e^{-x} \sin x + B e^{-x} \cos x$

□ 推測特殊解  $y_0$  の形

(1) 基本解  $e^x$  の定数倍  $\rightarrow$   $y_0 = x(A_0 x^2 + A_1 x + A_2)$

(2) 特性方程式が  $0 = 2$  の重解  $\rightarrow$   $y_0 = x^2(A_0 x + A_1)$

(3)  $e^{-3x}$  は基本解  $\rightarrow$   $y_0 = A x e^{-3x}$ .  $\rightarrow$   $3$  の定数倍  $\rightarrow$   $y_0 = A x e^{-3x}$

$A x e^{-3x} \rightarrow A x^2 e^{-3x}$ .  $\rightarrow$   $2$  の定数倍  $\rightarrow$   $y_0 = A x^2 e^{-3x}$

(4)  $2 \cos 3x$  は基本解  $\rightarrow$   $y_0 = x(A \sin 3x + B \cos 3x)$

(5)  $e^x \cos x$  は基本解  $\rightarrow$   $y_0 = x(A e^x \sin x + B e^x \cos x)$

(6)  $e^x$  は基本解  $\rightarrow$   $y_0 = A x e^x$ .  $\rightarrow$   $3$  の定数倍  $\rightarrow$   $y_0 = A x e^x$

$A x e^x \rightarrow A x^2 e^x$ .  $\rightarrow$   $2$  の定数倍  $\rightarrow$   $y_0 = A x^2 e^x$

□ (1)  $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$ ,  $\frac{1}{2} \rightarrow a$ ,  $\frac{1}{2} \cos 2x \rightarrow b \sin 2x + C \cos 2x$

$\therefore y_0 = a + b \sin 2x + C \cos 2x$

(2)  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$ . 基本解  $e^x$  の定数倍  $\rightarrow$   $\frac{1}{2} \rightarrow a x$

$$\text{f.e. } -\frac{1}{2} \cos 2x \rightarrow b \sin 2x + c \cos 2x \quad \therefore y_0 = A_1 x + b \sin 2x + c \cos 2x$$

$$(3) \quad 2 \cos x \cdot \cos 2x = \cos x + \cos 3x, \quad \cos x \rightarrow A_1 \sin x + A_2 \cos x, \quad \cos 3x \rightarrow b_1 \sin 3x + b_2 \cos 3x$$

$$\therefore y_0 = A_1 \sin x + A_2 \cos x + b_1 \sin 3x + b_2 \cos 3x$$

$$(4) \quad (e^x + 1)^2 = e^{2x} + 2e^x + 1, \quad e^{2x} \rightarrow Ae^{2x}, \quad 2e^x \rightarrow be^x, \quad 1 \rightarrow c$$

$$\therefore y_0 = Ae^{2x} + be^x + c$$