

## 確率・統計演習問題の略解

### 1.1 確率

1 略

2 略

3 略

4 「表と裏が出るか、または両方とも裏が出る事象」、言い換えれば、「少なくとも一方が裏となる事象」

5 略

6 (1)  $1 - p + r$  (2)  $1 - p - q + r$

7 略

### 1.2 事象の独立性とベイズの定理

1  $P(A) = 2/7$ ,  $P(A|B) = 1/3$ ,  $P(A|B^c) = 1/6$

2  $P(A) = 1/2$

3 (1)  $P(A) = 0.78$  (2)  $P(B|A) = 7/39$

4  $8/9$

5 略

6 独立でない

7 (1)  $P(A) = 1/4$ ,  $P(B) = 3/13$ ,  $P(C) = 37/64$  (2)  $P(B|A) = 3/13$ ,  $P(C|A) = 1$  (3) 独立 (4) 独立でない

8 略

### 1.3 離散型確率変数と確率分布

1 略

2 確率分布表は以下の通り.

$X$ の値	0	1	2	3	4	計
$P(X = x)$	$9/13$	$1/13$	$1/13$	$1/13$	$1/13$	1

3 確率分布表は以下の通り.

$X$ の値	0	1	2	3	4	5	計
$P(X = x)$	$1/6$	$5/18$	$2/9$	$1/6$	$1/9$	$1/18$	1

### 1.4 連続型確率変数と確率密度関数

1 略

$$2 \quad (1) 1/16 \quad (2) 7/16 \quad (3) F(x) = \begin{cases} 0 & (x < -2) \\ \frac{x}{4} + \frac{x^2}{16} + \frac{1}{4} & (-2 \leq x \leq 2) \\ 1 & (x > 2) \end{cases}$$

$$3 \quad a = 1/6, \quad p(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \frac{x}{3} + \frac{x^2}{12} & (0 \leq x \leq 2), \quad \text{図は略} \\ 1 & (x > 2) \end{cases}$$

$$4 \quad p(x) = \begin{cases} 1/10 & (0 \leq x < 10) \\ 0 & (x < 0, x \geq 10) \end{cases}$$

### 1.5 期待値と分散

1 略

$$2 \quad E(X) = 1, \quad V(X) = 1/2, \quad \sigma(X) = \sqrt{2}/2$$

$$3 \quad E(X) = 6/5, \quad V(X) = 14/25, \quad \sigma(X) = \sqrt{14}/5$$

$$4 \quad E(X) = 10/9, \quad V(X) = 26/81$$

$$5 \quad E(X) = 1/2, \quad V(X) = 1/4$$

6 略

7 略

### 1.6 同時確率分布

1 略

2 (1)  $X$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$X$	0	1	計
$P(X=x)$	0.6	0.4	1

(2)  $Y$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$Y$	0	1	2	計
$P(Y=y)$	0.5	0.3	0.2	1

$$(3) E(X) = 0.4, \quad E(Y) = 0.7, \quad V(X) = 0.24, \quad V(Y) = 0.61, \quad \gamma(X, Y) = 0.02 \quad (4) 0.7$$

3 (1) 同時確率分布表は以下の通り.

		$X$	
		1	2
$Y$	1	1/6	1/3
	2	1/6	1/3

(2)  $X$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$X$	1	2	計
$P(X = x)$	1/3	2/3	1

(3)  $Y$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$Y$	1	2	計
$P(Y = y)$	1/2	1/2	1

(4)  $E(X) = 5/3$ ,  $E(Y) = 3/2$ ,  $V(X) = 2/9$ ,  $V(Y) = 1/4$ ,  $\gamma(X, Y) = 0$

4 (1) 同時確率分布表は以下の通り.

		$X$	
		1	2
$Y$	1	1/15	4/15
	2	4/15	6/15

(2)  $X$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$X$	1	2	計
$P(X = x)$	1/3	2/3	1

(3)  $Y$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$Y$	1	2	計
$P(Y = y)$	1/3	2/3	1

(4)  $E(X) = 5/3$ ,  $E(Y) = 5/3$ ,  $V(X) = 2/9$ ,  $V(Y) = 2/9$ ,  $\gamma(X, Y) = -2/45$

5 (1)  $p_1(x) = \begin{cases} 1 & (-1/2 \leq x < 1/2) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$ ,  $p_2(y) = \begin{cases} 1/2 & (-1 \leq y < 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$  (2)  $1/4$  (3)  $E(X) = 0$ ,  
 $E(Y) = 0$ ,  $V(X) = 1/12$ ,  $V(Y) = 1/3$ ,  $\gamma(X, Y) = 0$

6 (1)  $p_1(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ ,  $p_2(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-y/2} & (y \geq 0) \\ 0 & (y < 0) \end{cases}$  (2)  $1 - 2e^{-3/2} + e^{-3}$

### 1.7 確率変数の独立性と大数の法則

1 (1)  $X$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$X$	0	1	2	計
$P(X = x)$	1/2	1/3	1/6	1

$Y$  の周辺確率分布表は以下の通り.

$Y$	0	1	2	計
$P(Y = y)$	1/2	1/3	1/6	1

(2)  $7/18$  (3) 独立

2  $3/16$

3  $1/4$

4 84

### 1.8 確率分布 I—正規分布

1 略

2 (1) 250.07 (2) 0.8413

3 (1) 0.9105 (2) 0.1814

4 (1) 177 人 (2) 62 点, 75 点, 88 点で区切ればよい

5 (1) 263 人 (2) 77 点

6  $E(X - Y) = -1, V(X - Y) = 5$

7 0.6826

8 略

9 略

### 1.9 二項分布

1 略

2  $E(X) = 108, V(X) = 81, \sigma(X) = 9$

3  $390963/400000$

4  $416/729$

5 0.0708 (端点補正をしない場合は 0.0465, 二項分布を用いて正確に計算した場合は 0.0786)

6 略

### 1.10 ポアソン分布と指数分布

1 略

2 0.0631

3 0.4232

4 368 ページ

5 (1)  $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2} & (x \geq 0) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$  (2)  $E(X) = 2, V(X) = 4$  (3)  $\frac{\sqrt{e}-1}{e}$

6 略

7 略

## 2.1 母集団と標本

## 2.2 標本変量と統計量

### 3.3 区間推定—母平均の推定 I

#### 3.3.2 母分散が既知の正規母集団の母平均の区間推定

1 略

2  $27.14 < \mu < 27.42$

3 385 以上

### 3.4 母平均の区間推定 II—母分散が未知の場合

#### 3.4.1 大きい標本による母平均の区間推定

1  $10.0296 < \mu < 10.0425$

2  $119.76 < \mu < 122.43$

3  $1.6 < \mu < 2.4$

4  $2.0 < \mu < 2.6$

### 3.5 母分散の区間推定

#### 3.5.1 母平均が既知の場合

1 略

2  $0.33 < \sigma^2 < 1.17$

### 3.5 母分散の区間推定

#### 3.5.2 母平均が未知の場合

1 略

2  $3.3 < \sigma^2 < 20.8$

3  $103.4 < \sigma^2 < 307.6$

4  $4049.9 < \sigma^2 < 28529.0$

### 3.6 母集団比率の区間推定

#### 3.6.1 大きい標本の場合

- 1 略
- 2  $0.015 < p < 0.045$
- 3  $0.22 < p < 0.58$
- 4 2305 人

### 4.3 母平均の検定—母分散が既知の正規母集団あるいは母分散が未知で大標本の場合

- 1 略
- 2 帰無仮説は棄却される。それゆえ、有意水準 5% で会社の宣伝は正しいとはいえない。
- 3 帰無仮説は採択される。それゆえ、有意水準 5% で収穫量は 1800g であるといつてよい。
- 4 帰無仮説は棄却される。それゆえ、有意水準 1% で錠剤の重さの平均値は変わったといえる。

### 4.7 正規母集団の分散に関する検定

#### 4.7.1 母分散の検定

- 1 略
- 2 帰無仮説は棄却される。それゆえ、有意水準 5% で標準偏差は小さくなったといえる。
- 3 帰無仮説は採択される。それゆえ、有意水準 5% でミカンの重さの分散は 10 であるといえる。
- 4 帰無仮説は棄却される。それゆえ、有意水準 5% で製品の分散は 36 であるとはいえない。

### 4.8 母比率に関する検定—大標本の場合

#### 4.8.1 母比率の検定

- 1 略
- 2 帰無仮説は棄却される。それゆえ、有意水準 5% で冷水摩擦をしていた人が感冒にかかる率は  $1/3$  であるとはいえない。
- 3 帰無仮説は採択される。それゆえ、有意水準 5% で今シーズンの打率はよいとはいえない。
- 4 帰無仮説は棄却される。それゆえ、有意水準 5% で発芽率は 80% より悪いといえる。

### 総合問題

- 1 略
- 2 略
- 3 略